

## Programme de la colle n° 9

Semaine du 5 au 10 décembre 2022

### Suites

- Définitions et caractérisations : constante, stationnaire, majorée, minorée, bornée, croissante, décroissante, monotone ; suite extraite.
- Suites arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques, linéaires récurrentes d'ordre 2 (à valeurs dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ ).
- Suites convergentes.
  - Unicité de la limite.
  - Toute suite convergente est bornée.
  - Toute suite extraite d'une suite convergente est convergente de même limite.
- Limites infinies.
- Opérations sur les limites (addition, multiplication par un scalaire, produit, inverse, composition par une fonction) et compatibilité avec la relation d'ordre.
- Limite de  $(a^n)_{n \in \mathbb{N}}$ .
- Théorème(s) de la limite monotone.
- Théorème de convergence par encadrement (« des gendarmes »). Théorèmes de comparaison.
- Suites adjacentes. Théorème des suites adjacentes.
- Exemples d'étude de suites récurrentes. Représentation géométrique. Étude de la monotonie.
- Brève extension aux suites à valeurs complexes : parties réelle et imaginaire, conjuguée et module d'une suite complexe ; suite bornée ; limite d'une suite complexe, caractérisation à l'aide des parties réelle et imaginaire ; toute suite convergente est bornée ; opérations sur les limites de suites convergentes.
- Relations de comparaison : négligeabilité, équivalence, domination. Caractérisation à l'aide du quotient pour les suites non nulles à partir d'un certain rang.  
Propriétés, opérations.  
Comparaison des suites de références :  $(n^\alpha)_n$ ,  $(a^n)_n$ ,  $((\ln n)^\beta)_n$  et  $(n!)_n$ .  
*Aucun équivalent usuel n'a été vu à ce stade l'année.*

---

### Questions de cours (démonstrations à connaître)

- Unicité de la limite d'une suite convergente.
- Toute suite convergente est bornée.
- Toute suite extraite d'une suite convergente est convergente de même limite.
- Si  $u_{2n} \rightarrow \ell$  et  $u_{2n+1} \rightarrow \ell$  alors  $u_n \rightarrow \ell$ .
- Toute suite croissante majorée converge. Toute suite croissante non majorée tend vers  $+\infty$ .
- Théorème des gendarmes.
- Théorème des suites adjacentes.