

Programme de la colle n° 4

Semaine du 14 au 19 octobre 2019

Calculs algébriques

- Somme et produit d'une famille finie de nombres complexes.
- Relation de Chasles, linéarité, translation d'indice, simplification télescopique.
- Somme de termes de suites arithmétiques ou géométriques.
- Factorisation de $a^n - b^n$.
- Sommes doubles («rectangulaires» et «triangulaires»). Produit de deux sommes finies.
- Factorielle.
- Coefficients binomiaux, formule et triangle de Pascal, formule du binôme.
(Aucune interprétation combinatoire n'est exigible à cette période de l'année.)

Applications et relations

- Définition, graphe.
- Restriction, prolongement.
- Composition.
- Injection, surjection.
- Bijection, réciproque, réciproque d'une composée.
- Image directe, image réciproque.
- Fonction indicatrice.
- Relations d'équivalence : définition, classes d'équivalence, partition.

Systèmes linéaires

- Système linéaire, système homogène.
- Matrice d'un système, matrice augmentée d'un système.
- Opérations élémentaires sur les lignes d'un système ou d'une matrice.
- Systèmes équivalents, matrices équivalentes par lignes.
- Matrice échelonnée par ligne. Algorithme du pivot de Gauss-Jordan.
- Matrice échelonnée réduite. Toute matrice est équivalente par ligne à une unique matrice échelonnée réduite.
- Résolution d'un système. Pivots, inconnues principales, inconnues secondaires, conditions de compatibilité. Système compatible/incompatible. Rang d'un système. Expression des solutions (paramétrisation à l'aide des inconnues secondaires).

Questions de cours (démonstrations à connaître)

- Formule de Pascal.
- Formule du binôme de Newton.
- Formule $a^n - b^n$.
- La composée de deux applications injectives (resp. surjectives) est injective (resp. surjective).
- Si $f : E \rightarrow F$ et $g : F \rightarrow E$ vérifient $f \circ g = \text{Id}_F$ et $g \circ f = \text{Id}_E$ alors f et g sont bijectives et réciproques l'une de l'autre.