

Programme de la colle n° 3

Semaine du 9 au 14 octobre 2023

Nombres complexes

- Parties réelle et imaginaire, interprétation géométrique, affixe.
- Conjugaison, compatibilité avec les opérations.
- Module, interprétation géométrique, compatibilité avec le produit. Inégalité triangulaire, cas d'égalité.
- Nombres complexes de module 1 : définition de $e^{i\theta}$, formules d'Euler et de Moivre.
- Application à la trigonométrie : linéarisation, factorisation, etc.
- Argument(s), écriture trigonométrique, propriétés.
- Racines n -ièmes de l'unité. Équation $z^n = a$.
- Exponentielle complexe, propriétés.
- Racines carrés d'un nombre complexe. Résolution d'équations polynomiales du second degré. Relations coefficients-racines.
- Nombres complexes et géométrie :
 - Traduction de l'alignement, la colinéarité, l'orthogonalité au moyen d'affixes.
 - Transformations du plan : translations, rotations, homothéties ; représentation complexe.

Calculs algébriques

- Somme et produit d'une famille finie de nombres complexes.
- Relation de Chasles, linéarité, translation d'indice, simplification télescopique.
- Somme de termes d'une suite géométrique.
- Factorisation de $a^n - b^n$ par $a - b$.
- Sommes doubles («rectangulaires» et «triangulaires»). Produit de deux sommes.
- Factorielle.
- Coefficients binomiaux, formule et triangle de Pascal, formule du binôme.
Aucune interprétation combinatoire n'a été faite à cette période de l'année.

Applications

- Définition, graphe.
- Restriction, prolongement.
- Composition.
- Injection, surjection.
- Bijection, réciproque, réciproque d'une composée.
- Image directe, image réciproque.
- Fonction indicatrice.

À l'attention des colleurs : aucun exercice sur les applications n'a pour l'instant été corrigé en classe.

Questions de cours (démonstrations à connaître)

- Représentation complexe des translations, rotations et homothéties.
- Formule $a^n - b^n$.
- Formule de Pascal.
- Formule du binôme de Newton.
- La composée de deux applications injectives (resp. surjectives) est injective (resp. surjective). Réciproques partielles.
- Soit $f : E \rightarrow F$. S'il existe $g : F \rightarrow E$ telle que $f \circ g = \text{Id}_F$ et $g \circ f = \text{Id}_E$ alors f est bijective et $g = f^{-1}$.