

Programme de la colle n° 2

Semaine du 2 au 7 octobre 2023

Rudiments de logique, vocabulaire ensembliste et raisonnements

- Opérations sur les propositions logiques : négation, conjonction, disjonction, implication, équivalence, tables de vérité.
- Quantificateurs \forall et \exists .
- Vocabulaire ensembliste : appartenance, inclusion, égalité, union, intersection complémentaire, produit cartésien. Ensemble des parties.
- Modes de raisonnement : par contraposée, par l'absurde, par analyse-synthèse, par récurrence.

Trigonométrie

- Fonctions cosinus, sinus et tangente. Propriétés.
- Formules d'addition, de duplication, de transformations remarquables.
- Résolution d'équations et inéquations trigonométriques.

Nombres complexes

- Parties réelle et imaginaire, interprétation géométrique, affixe.
- Conjugaison, compatibilité avec les opérations.
- Module, interprétation géométrique, compatibilité avec le produit. Inégalité triangulaire, cas d'égalité.
- Nombres complexes de module 1 : définition de $e^{i\theta}$, formules d'Euler et de Moivre.
- Application à la trigonométrie : linéarisation, factorisation, etc.
- Argument(s), écriture trigonométrique, propriétés.
- Racines n -ièmes de l'unité. Équation $z^n = a$.
- Racines carrés d'un nombre complexe. Résolution d'équations polynomiales du second degré. Relations coefficients-racines.
- Exponentielle complexe. Propriétés.
- Nombres complexes et géométrie :
 - Traduction de l'alignement, la colinéarité, l'orthogonalité au moyen d'affixes.
 - Transformations du plan : translations, rotations, homothéties ; représentation complexe.

Calcul algébrique

- Somme et produit d'une famille finie de nombres complexes.
- Relation de Chasles, linéarité, translation d'indice, simplification télescopique.
- Somme de termes d'une suite géométrique.
- Factorisation de $a^n - b^n$ par $a - b$.
- Sommes doubles («rectangulaires» et «triangulaires»). Produit de deux sommes.
- Factorielle.
- Coefficients binomiaux, formule et triangle de Pascal, formule du binôme.
Aucune interprétation combinatoire n'a été faite à cette période de l'année.

Questions de cours (démonstrations à connaître)

- Inégalité triangulaire avec cas d'égalité.
- Formules d'Euler et de Moivre.
- Racines n -ièmes de l'unité.
- Résolution des équations polynomiales du second degré.
- Représentation complexe des translations, rotations et homothéties.
- Formule $a^n - b^n$.
- Formule de Pascal.
- Formule du binôme de Newton.