Programme de la colle n° 26 Semaine du 2 au 7 juin 2025

Il s'agit de la dernière colle de l'année. Un grand merci aux colleurs et à notre CDT Édouard !

Espaces préhilbertiens réels

Vois programme précédent.

Séries numériques

- Séries numériques : sommes partielles, convergence, somme et restes d'une série convergente. Condition nécessaire de convergence, divergence grossière.
- Séries géométriques, séries télescopiques.
- Séries à termes positifs. Théorèmes de comparaison.
- Comparaison série-intégrale.
- Séries de Riemann.
- Convergence absolue. Semi-convergence. Domination par une série à termes positifs convergente.
- Séries alternées (*programme de 2ème année*).

Variables aléatoires sur un univers fini

- Variable aléatoire : définition, loi, image par une application, lois usuelles (uniforme, Bernoulli, binomiale). Loi conditionnelle sachant un événement.
- Couple de variables aléatoires : loi conjointe, loi marginale.
- Variables aléatoires indépendantes.
- Espérance. Propriétés (linéarité, positivité, croissance). Formule de transfert. Espérance du produit de variables aléatoires indépendantes. Espérance d'une variable aléatoire suivant une loi usuelle.
- Variance, écart-type. Formule de Koenig-Huygens. Propriétés. Variance d'une variable aléatoire suivant une loi usuelle.
- Covariance. Formule de Koenig-Huygens. Variables aléatoires décorréelées. Variance d'une somme de n variables aléatoires 2 à 2 décorréelées.
- Inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev.

Questions de cours (démonstrations à connaître)

- Inégalité de Cauchy-Schwarz (avec éventuellement cas d'égalité).
- Tout espace euclidien admet une base orthonormée.
- Un sous-espace vectoriel de dimension finie et son orthogonal sont supplémentaires.
- Distance d'un vecteur à un sous-espace vectoriel de dimension finie.
- Théorèmes de comparaison des séries à termes positifs.
- La convergence absolue implique la convergence.
- Séries de Riemann.
- Théorème des séries alternées (convergence uniquement).
- Formule de transfert.
- Espérances et variances des lois usuelles.
- Inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev.

On pourra éventuellement remplacer la question de cours par la résolution d'une équation différentielle simple (du 1er ordre ou du 2ème ordre à coefficients constants).