

## Programme de la colle n° 22 Semaine du 13 au 18 avril 2026

### Espaces vectoriels de dimension finie

Révision du programme précédent.

### Représentation matricielle d'une application linéaire

- Matrice d'une famille de vecteurs dans une base.
- Matrice d'une application linéaire dans un couple de bases.
- Isomorphisme entre  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$  et  $\mathcal{L}(E, F)$  (en ayant fixé un couple de bases).
- Écriture matricielle de  $y = f(x)$  pour  $x \in E, y \in F$  et  $f \in \mathcal{L}(E, F)$ .
- Composition d'applications linéaires et produit matriciel.
- La matrice d'une application linéaire  $f$  est inversible si et seulement si  $f$  est bijective et dans ce cas son inverse est la matrice de la réciproque (dans les bases correspondantes).
- Matrice de changement de base. Définition, propriétés.  
Effet d'un changement de base sur les coordonnées d'un vecteur, sur la matrice d'une application linéaire, sur la matrice d'un endomorphisme.
- Application linéaire canoniquement associée à une matrice. Noyau et image d'une matrice. Théorème du rang matriciel.
- Rang d'une matrice (défini comme le rang de la famille de ses vecteurs colonnes). Liens entre les notions de rang : d'une matrice, d'une famille de vecteurs, d'une application linéaire.
- Rang d'un système linéaire.

### Probabilité sur un univers fini (*Uniquement questions de cours*)

Le TD sur les probabilités n'ayant pas encore été traité, les exercices de la colle porteront sur les autres chapitres.

---

### Questions de cours (démonstrations à connaître)

- Isomorphisme entre  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$  et  $\mathcal{L}(E, F)$ .
- Écriture matricielle de  $y = f(x)$  pour  $x \in E, y \in F$  et  $f \in \mathcal{L}(E, F)$ .
- Composition d'applications linéaires et produit matriciel.
- La matrice d'une application linéaire  $f$  est inversible si et seulement si  $f$  est bijective et dans ce cas son inverse est la matrice de la bijection réciproque (dans les bases correspondantes).
- Caractérisation d'une probabilité par ses valeurs en les événements élémentaires.
- La probabilité conditionnelle à un événement de probabilité non nulle est une probabilité.
- Formules des probabilités composées, des probabilités totales et de Bayes.