Lycée Sainte-Geneviève **2023-2024**
PCSI 1 - Mathématiques

Programme de la colle n° 20

Semaine du 1er au 6 avril 2024

Analyse asymptotique

- Relations de domination, de négligeabilité, d'équivalence en un point a de $\bar{\mathbb{R}}$.
- Règles usuelles de manipulation des équivalents et des symboles o et O.

Développements limités

- Définition, partie régulière, unicité, troncature.
- Propriété des développements limités des fonctions paires et impaires.
- Développement limité et continuité : f possède un développement limité à l'ordre 0 en a si et seulement si f est continue (ou prolongeable par continuité) en a.
- Développement limité et dérivabilité : f possède un développement limité à l'ordre 1 en a si et seulement si f est dérivable en a.
- Primitivation d'un développement limité.
- Formule de Taylor-Young.
- Développements limités usuels en 0 : $x \mapsto \dfrac{1}{1-x}$, exp, sin, cos, ch, sh, $x \mapsto (1+x)^\alpha$, $x \mapsto \ln(1+x)$, Arctan et tan (à l'ordre 3).
- Opérations sur les développements limités : addition, multiplication par un scalaire, produit, composition (substitution), inverse à l'aide de la composition par $u \mapsto \dfrac{1}{1+u}$.
- Applications : au calcul de limites, à la recherche d'équivalents, à la recherche d'asymptotes, à l'étude de positions relatives tangente/courbe et asymptote/courbe.

Primitives et calcul intégral

- Primitive : définition, primitives usuelles.
- Savoir reconnaitre des dérivées de fonctions composées (du type $u'f(u)$).
- Calcul de primitives des fonctions : $t \mapsto \dfrac{1}{at^2+bt+c}$, $t \mapsto e^{at}\cos(bt)$ et $t \mapsto e^{at}\sin(bt)$.
- Théorème fondamental de l'analyse : existence et écriture sous forme intégrale d'une primitive d'une fonction continue sur un intervalle. (Résultat provisoirement admis).
- Formules d'intégration par parties et de changement de variable. Application au calcul de primitives.

Le chapitre d'intégration (construction et propriétés de l'intégrale, formules de Taylor, sommes de Riemann, etc) n'a pas encore été traité.

Ensembles finis et dénombrement

- Ensemble fini : définition, cardinal. Cardinal d'une partie, cas d'égalité.
- Liens entre applications injectives/surjectives entre ensembles (finis) et cardinaux de ces ensembles. En particulier : une application entre deux ensembles finis de même cardinal est bijective si et seulement si elle est injective (resp. surjective).
- Principe des tiroirs.
- Opérations sur les ensembles finis et cardinaux : union, complémentaire, produit cartésien. (*Formule du crible hors-programme*)
- Cardinal de l'ensemble des applications entre deux ensembles finis.
- Cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble fini.
- Notion de p-arrangement d'un ensemble. Cardinal de l'ensemble des p-arrangements d'éléments d'un ensemble fini. Cardinal de l'ensemble des applications injectives entre deux ensembles finis.
- Notion de permutation. Cardinal de l'ensemble des permutations d'un ensemble fini.
- Cardinal de l'ensemble des parties de cardinal p d'un ensemble de cardinal n.
- Démonstrations combinatoires de la formule de Pascal, de la formule de Vandermonde, du binôme de Newton.

Pas de question de cours cette semaine : on pourra débuter la colle par un calcul (simple) de développement limité et/ou d'intégrale pour s'assurer que les techniques sont maîtrisées.