

Programme de la colle n° 19 Semaine du 25 au 30 mars 2024

Convexité

- Fonction convexe/concave.
 - Interprétation graphique. Position du graphe d'une fonction convexe par rapport à ses cordes, par rapport à ses sécantes.
 - Inégalité des pentes.
 - Position du graphe d'une fonction convexe dérivable par rapport à ses tangentes.
 - Caractérisation des fonctions convexes deux fois dérivables.
- L'inégalité de Jensen est hors-programme mais a été vue en TD.*

Analyse asymptotique

- Relations de domination, de négligeabilité, d'équivalence en un point a de $\bar{\mathbb{R}}$.
- Règles usuelles de manipulation des équivalents et des symboles o et O .

Développements limités

- Définition, partie régulière, unicité, troncature.
- Propriété des développements limités des fonctions paires et impaires.
- Développement limité et continuité : f possède un développement limité à l'ordre 0 en a si et seulement si f est continue (ou prolongeable par continuité) en a .
- Développement limité et dérivabilité : f possède un développement limité à l'ordre 1 en a si et seulement si f est dérivable en a .
- Primitivation d'un développement limité.
- Formule de Taylor-Young.
- Développements limités usuels en 0 : $x \mapsto \frac{1}{1-x}$, \exp , \sin , \cos , ch , sh , $x \mapsto (1+x)^\alpha$, $x \mapsto \ln(1+x)$, Arctan et \tan (à l'ordre 3).
- Opérations sur les développements limités : addition, multiplication par un scalaire, produit, composition (substitution), inverse à l'aide de la composition par $u \mapsto \frac{1}{1+u}$.
- Applications : au calcul de limites, à la recherche d'équivalents, à la recherche d'asymptotes, à l'étude de positions relatives tangente/courbe et asymptote/courbe.

Primitives et calcul intégral

Le TD sur ce chapitre de calcul n'a pas encore été abordé, mais on pourra donner en début ou en fin de colle un calcul (simple) d'intégrale nécessitant une intégration par parties ou un changement de variable.

Pas de question de cours cette semaine : on pourra débiter la colle par un calcul (simple) de développement limité et/ou d'intégrale pour s'assurer que les techniques sont maîtrisées.