

Programme de la colle n° 15

Semaine du 3 au 8 février 2025

Continuité

- Continuité en un point. Continuité sur un intervalle. Continuité à gauche, à droite.
- Prolongement par continuité.
- Opérations sur les fonctions continues en un point/sur un intervalle.
- Caractérisation séquentielle de la continuité.
- Théorème des valeurs intermédiaires.
- L'image d'un intervalle par une fonction continue est un intervalle.
- Théorème des bornes atteintes : une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes. (L'image d'un segment par une fonction continue est un segment).
- Si f est continue et strictement monotone sur un intervalle I alors f réalise une bijection de I sur $f(I)$ et sa réciproque est continue, strictement monotone sur l'intervalle $f(I)$, de même sens de variation que f .
- Brève extension aux fonctions à valeurs complexes. Caractérisation à l'aide des parties réelle et imaginaire. Opérations.

Arithmétique

- Multiples et diviseurs d'un entier. Division euclidienne.
 - PGCD et PPCM. Algorithme d'Euclide.
 - Nombres premiers. Existence et unicité de la décomposition en facteurs premiers.
- La relation et le théorème de Bézout ainsi que le lemme de Gauss ne sont pas explicitement au programme mais ont été vus. La notion de congruence n'est pas au programme.*

Polynômes

Questions de cours uniquement.

Questions de cours (démonstrations à connaître)

- Théorème de la division euclidienne dans \mathbb{Z} .
- L'ensemble des nombres premiers est infini.
- Existence d'une décomposition en facteurs premiers.
- Division euclidienne dans $\mathbb{K}[X]$.
- Formule de Taylor dans $\mathbb{K}[X]$.
- Caractérisation de l'ordre de multiplicité d'une racine à l'aide des polynômes dérivés.
- Description des polynômes irréductibles de $\mathbb{C}[X]$ (resp. $\mathbb{R}[X]$).