

## Programme de la colle n° 13

Semaine du 23 au 28 janvier 2023

### Arithmétique

- Multiples et diviseurs d'un entier. Division euclidienne.
- PGCD et PPCM. Algorithme d'Euclide.
- Nombres premiers. Existence et unicité de la décomposition en facteurs premiers.

*La relation et le théorème de Bézout ainsi que le lemme de Gauss ne sont pas explicitement au programme mais ont été vus. La notion de congruence n'est pas au programme.*

### Limite d'une fonction de la variable réelle à valeurs réelles

- Notion de voisinage, de point intérieur.
- Limite finie ou infinie d'une fonction en un point d'un intervalle ou en l'une de ses bornes (éventuellement infinie).
- Unicité de la limite.
- Si  $f$  admet une limite finie en  $a$  alors  $f$  est bornée au voisinage de  $a$ .
- Limite à gauche, à droite.
- Opérations sur les limites.
- Caractérisation séquentielle d'une limite.
- Limites et relation d'ordre.
- Théorèmes d'encadrement et de comparaison.
- Théorème de la limite monotone. Existence d'une limite finie à gauche et à droite en tout point intérieur d'un intervalle.
- Brève extension aux fonctions à valeurs complexes. Caractérisation à l'aide des parties réelle et imaginaire. Opérations.

### Continuité

- Continuité en un point. Continuité sur un intervalle. Continuité à gauche, à droite.
- Prolongement par continuité.
- Opérations sur les fonctions continues en un point/sur un intervalle.
- Caractérisation séquentielle de la continuité.
- Théorème des valeurs intermédiaires.
- L'image d'un intervalle par une fonction continue est un intervalle.
- Théorème des bornes atteintes : une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes. (L'image d'un segment par une fonction continue est un segment).
- Si  $f$  est continue et strictement monotone sur un intervalle  $I$  alors  $f$  réalise une bijection de  $I$  sur  $f(I)$  et sa réciproque est continue, strictement monotone sur l'intervalle  $f(I)$ , de même sens de variation que  $f$ .
- Brève extension aux fonctions à valeurs complexes. Caractérisation à l'aide des parties réelle et imaginaire. Opérations.

---

### Questions de cours (démonstrations à connaître)

- Théorème de la division euclidienne.
- L'ensemble des nombres premiers est infini.
- Existence d'une décomposition en facteurs premiers.
- Caractérisation séquentielle d'une limite.
- Théorème de la limite monotone : si  $f$  est monotone sur  $]a, b[$  alors  $f$  admet une limite en  $a$  et en  $b$ .
- Théorème des valeurs intermédiaires.
- L'image d'un intervalle par une fonction continue est un intervalle.