

Programme de la colle n° 13

Semaine du 19 au 24 janvier 2026

Primitives et calcul intégral

- Primitive : définition, primitives usuelles.
- Savoir reconnaître des dérivées de fonctions composées (du type $u'f(u)$).
- Calcul de primitives des fonctions : $t \mapsto \frac{1}{at^2 + bt + c}$, $t \mapsto e^{at} \cos(bt)$ et $t \mapsto e^{at} \sin(bt)$.
- Théorème fondamental de l'analyse : existence et écriture sous forme intégrale d'une primitive d'une fonction continue sur un intervalle. (Résultat provisoirement admis).
- Fonctions de classe $\mathcal{C}^1$.
- Formules d'intégration par parties et de changement de variable. Application au calcul de primitives.

Limite d'une fonction de la variable réelle à valeurs réelles

- Notion de voisinage, de point intérieur.
- Limite finie ou infinie d'une fonction en un point d'un intervalle ou en l'une de ses bornes (éventuellement infinie).
- Unicité de la limite.
- Si f admet une limite finie en a alors f est bornée au voisinage de a .
- Limite à gauche, à droite.
- Opérations sur les limites.
- Caractérisation séquentielle d'une limite.
- Limites et relation d'ordre.
- Théorèmes d'encadrement et de comparaison.
- Théorème de la limite monotone. Existence d'une limite finie à gauche et à droite en tout point intérieur d'un intervalle.
- Brève extension aux fonctions à valeurs complexes. Caractérisation à l'aide des parties réelle et imaginaire. Opérations.

Continuité (*Uniquement pour les questions de cours*)

Le TD sur la continuité n'ayant pas encore été traité, les exercices de la colle porteront sur les autres chapitres. On pourra éventuellement poser un exercice d'algèbre linéaire (cf programme précédent) si besoin.

Questions de cours (démonstrations à connaître)

- Caractérisation séquentielle d'une limite.
- Théorème de la limite monotone : si f est monotone sur $]a, b[$ alors f admet une limite en a et en b .
- Théorème des valeurs intermédiaires.
- L'image d'un intervalle par une fonction continue est un intervalle.