

Programme de la colle n° 6 Semaine du 11 au 16 novembre 2024

Fonctions d'une variable réelle à valeurs réelles

- Généralités : ensemble de définition, représentation graphique, parité, périodicité, somme, produit, composée, monotonie, fonctions majorées, minorées, bornées.
- Dérivation (tous les résultats sont admis) : définition, équation de la tangente, opérations sur les dérivées, lien entre variations et signe de la dérivée, dérivée d'une réciproque, dérivées d'ordre supérieur.
- Étude de fonctions : tracé du graphe, application à la recherche d'extrema et à l'obtention d'inégalités.
- Fonctions usuelles : valeur absolue, puissances entières, fonctions polynomiales et rationnelles, logarithme népérien, exponentielle, puissances quelconques, fonctions trigonométriques circulaires et leur réciproques, cosinus et sinus hyperboliques.
(*La fonction tangente hyperbolique et les fonctions hyperboliques réciproques ne sont pas au programme.*)
- Croissances comparées des fonctions logarithme népérien, exponentielle et puissances.
- Brève extension aux fonctions à valeurs complexes : dérivée ; dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient ; dérivée de $\exp \circ \varphi$.

Ensembles de nombres et relation d'ordre

- Notions de majorant, minorant, maximum, minimum, borne supérieure, borne inférieure (pour une partie de \mathbb{R}).
- Toute partie de \mathbb{N} non vide admet un plus petit élément ; toute partie de \mathbb{N} non vide et majorée admet un plus grand élément.
- Toute partie de \mathbb{Z} non vide et minorée (resp. majorée) admet un plus petit (resp. plus grand) élément .
- Toute partie de \mathbb{R} non vide et majorée (resp. minorée) admet une borne supérieure (resp. inférieure).
- Partie entière. Définition et caractérisations.
- Intervalles.

Questions de cours (démonstrations à connaître)

- La composée de deux fonctions monotones est monotone.
- Si f est strictement monotone alors f est injective donc induit une bijection de E sur $f(E)$ et sa bijection réciproque est strictement monotone, de même sens de variation.
- Théorème des croissances comparées (version "sans exposant").
- Présentation des fonctions suivantes (définition, ensembles de définition et de dérivation, dérivée, graphe et principales propriétés) : tan, Arcsin, Arccos, Arctan, ch et sh, $x \mapsto x^\alpha$ ($\alpha \in \mathbb{R}$).
- Existence et unicité de la partie entière.