

Programme de la colle n° 6

Semaine du 10 au 15 novembre 2025

Fonctions d'une variable réelle à valeurs réelles

- Généralités : ensemble de définition, représentation graphique, parité, périodicité, somme, produit, composée, monotonie, fonctions majorées, minorées, bornées.
- Dérivation (tous les résultats sont admis) : définition, équation de la tangente, opérations sur les dérivées, lien entre variations et signe de la dérivée, dérivée d'une réciproque, dérivées d'ordre supérieur.
- Étude de fonctions : tracé du graphe, application à la recherche d'extrema et à l'obtention d'inégalités.
- Fonctions usuelles : valeur absolue, puissances entières, fonctions polynomiales et rationnelles, logarithme népérien, exponentielle, puissances quelconques, fonctions trigonométriques circulaires et leur réciproques, cosinus et sinus hyperboliques.
(La fonction tangente hyperbolique et les fonctions hyperboliques réciproques ne sont pas au programme.)
- Croissances comparées des fonctions logarithme népérien, exponentielle et puissances.
- Brève extension aux fonctions à valeurs complexes : dérivée ; dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient ; dérivée de $\exp \circ \varphi$.

Ensembles de nombres et relation d'ordre

- Notions de majorant, minorant, maximum, minimum, borne supérieure, borne inférieure (pour une partie de $\mathbb{R}$).
 - Toute partie de $\mathbb{N}$ non vide admet un plus petit élément ; toute partie de $\mathbb{N}$ non vide et majorée admet un plus grand élément.
 - Toute partie de $\mathbb{Z}$ non vide et minorée (resp. majorée) admet un plus petit (resp. plus grand) élément .
 - Toute partie de $\mathbb{R}$ non vide et majorée (resp. minorée) admet une borne supérieure (resp. inférieure).
 - Partie entière. Définition et caractérisations.
 - Intervalles.
-

Questions de cours (démonstrations à connaître)

- La composée de deux fonctions monotones est monotone.
- Si f est strictement monotone alors f est injective donc induit une bijection de E sur $f(E)$ et sa bijection réciproque est strictement monotone, de même sens de variation.
- Théorème des croissances comparées (version "sans exposant").
- Présentation des fonctions suivantes (définition, ensembles de définition et de dérivation, dérivée, graphe et principales propriétés) : $\tan$, Arcsin , Arccos , Arctan , ch et sh , $x \mapsto x^\alpha$ ($\alpha \in \mathbb{R}$).
- Existence et unicité de la partie entière d'un nombre réel.