

Programme de la colle n° 5

Semaine du 4 au 9 novembre 2024

Fonctions d'une variable réelle à valeurs réelles

- Généralités : ensemble de définition, représentation graphique, parité, périodicité, somme, produit, composée, monotonie, fonctions majorées, minorées, bornées.
- Dérivation (tous les résultats sont admis) : définition, équation de la tangente, opérations sur les dérivées, lien entre variations et signe de la dérivée, dérivée d'une réciproque, dérivées d'ordre supérieur.
- Étude de fonctions : tracé du graphe, application à la recherche d'extrema et à l'obtention d'inégalités.
- Fonctions usuelles : valeur absolue, puissances entières, fonctions polynomiales et rationnelles, logarithme népérien, exponentielle, puissances quelconques, fonctions trigonométriques circulaires et leur réciproques, cosinus et sinus hyperboliques.
(La fonction tangente hyperbolique et les fonctions hyperboliques réciproques ne sont pas au programme.)
- Croissances comparées des fonctions logarithme népérien, exponentielle et puissances.
- Brève extension aux fonctions à valeurs complexes : dérivée ; dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient ; dérivée de $\exp \circ \varphi$.

Questions de cours (démonstrations à connaître)

- La composée de deux fonctions monotones est monotone.
- Si f est strictement monotone alors f est injective donc induit une bijection de E sur $f(E)$ et sa bijection réciproque est strictement monotone, de même sens de variation.
- Inégalités de convexité.
- Théorème des croissances comparées (version "sans exposant").
- Présentation des fonctions suivantes (définition, ensembles de définition et de dérivabilité, dérivée, graphe et principales propriétés) : tan, Arcsin, Arccos, Arctan, ch et sh, $x \mapsto x^\alpha$ ($\alpha \in \mathbb{R}$).