

## Programme de la colle n° 4

### Semaine du 14 au 19 octobre 2024

---

#### Calculs algébriques

- Somme et produit d'une famille finie de nombres complexes.
- Relation de Chasles, linéarité, translation d'indice, simplification télescopique.
- Somme de termes d'une suite géométrique.
- Factorisation de  $a^n - b^n$  par  $a - b$ .
- Sommes doubles («rectangulaires» et «triangulaires»). Produit de deux sommes.
- Factorielle.
- Coefficients binomiaux, formule et triangle de Pascal, formule du binôme.  
*Aucune interprétation combinatoire n'a été faite à cette période de l'année.*

#### Applications

- Définition, graphe.
- Restriction, prolongement.
- Composition.
- Injection, surjection.
- Bijection, réciproque, réciproque d'une composée.
- Image directe, image réciproque.
- Fonction indicatrice.

#### Fonctions d'une variable réelle à valeurs réelles (début)

- Généralités : ensemble de définition, représentation graphique, parité, périodicité, somme, produit, composée, monotonie, fonctions majorées, minorées, bornées.
- Dérivation (tous les résultats sont admis) : définition, équation de la tangente, opérations sur les dérivées, lien entre variations et signe de la dérivée, dérivée d'une réciproque, dérivées d'ordre supérieur.
- Étude de fonctions : tracé du graphe, application à la recherche d'extrema et à l'obtention d'inégalités.

*Les fonctions usuelles n'ont pas encore été vues et **ne sont pas** au programme de cette semaine.*

---

#### Questions de cours (démonstrations à connaître)

- La composée de deux applications injectives (resp. surjectives) est injective (resp. surjective). Réciproques partielles.
- Soit  $f : E \rightarrow F$ . S'il existe  $g : F \rightarrow E$  telle que  $f \circ g = \text{Id}_F$  et  $g \circ f = \text{Id}_E$  alors  $f$  est bijective et  $g = f^{-1}$ .
- La composée de deux fonctions monotones est monotone.
- Si  $f$  est strictement monotone alors  $f$  est injective donc induit une bijection de  $E$  sur  $f(E)$  et sa bijection réciproque est strictement monotone, de même sens de variation.