

Programme de la colle n° 4

Semaine du 13 au 18 octobre 2025

Calculs algébriques

- Somme et produit d'une famille finie de nombres complexes.
- Relation de Chasles, linéarité, translation d'indice, simplification télescopique.
- Somme de termes d'une suite géométrique.
- Factorisation de $a^n - b^n$ par $a - b$.
- Sommes doubles («rectangulaires» et «triangulaires»). Produit de deux sommes.
- Factorielle.
- Coefficients binomiaux, formule et triangle de Pascal, formule du binôme.
Aucune interprétation combinatoire n'a été faite à cette période de l'année.

Applications

- Définition, graphe.
- Restriction, prolongement.
- Composition.
- Injection, surjection.
- Bijection, réciproque, réciproque d'une composée.
- Image directe, image réciproque.
- Fonction indicatrice.

Fonctions d'une variable réelle à valeurs réelles (début)

- Généralités : ensemble de définition, représentation graphique, parité, périodicité, somme, produit, composée, monotonie, fonctions majorées, minorées, bornées.
- Dérivation (tous les résultats sont admis) : définition, équation de la tangente, opérations sur les dérivées, lien entre variations et signe de la dérivée, dérivée d'une réciproque, dérivées d'ordre supérieur.
- Étude de fonctions : tracé du graphe, application à la recherche d'extrema et à l'obtention d'inégalités.
- Fonctions valeur absolue, puissances entières, fonctions polynomiales et rationnelles, logarithme népérien, exponentielle.

*Les autres fonctions usuelles n'ont pas encore été vues et **ne sont pas** au programme de cette semaine.*

Questions de cours (démonstrations à connaître)

- La composée de deux applications injectives (resp. surjectives) est injective (resp. surjective). Réciproques partielles.
- Soit $f : E \rightarrow F$. S'il existe $g : F \rightarrow E$ telle que $f \circ g = \text{Id}_F$ et $g \circ f = \text{Id}_E$ alors f est bijective et $g = f^{-1}$.
- La composée de deux fonctions monotones est monotone.
- Si f est strictement monotone alors f est injective donc induit une bijection de D sur $f(D)$ et la bijection réciproque de celle-ci est strictement monotone, de même sens de variation que f .